Exercice N°1 : ©

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ (unité : 2 cm) On considère :

- Le point A d'affixe $a=5-i\sqrt{3}$
- Le point B tel que le triangle OAB soit équilatéral direct
- Le milieu Q de [OB].

1. a) Démontrer que B a pour affixe $b=4+2i\sqrt{3}$. En déduire l'affixe q de Q.
   b) Déterminer l'affixe z_K du point K tel que ABQK soit un parallélogramme
   c) Démontrer que $\frac{z_K-a}{z_K}$ est imaginaire pur. Qu'en déduit - on pour le triangle OKA ?
   Préciser la nature du quadrilatère OQAK
   d) Placer les points A, B, Q et K dans le plan.
2. Soit C le point d'affixe $c=\frac{2a}{3}$.
   a) Calculer $\frac{z_K-b}{z_K-c}$; Que peut - on déduire pour les points B, C et K ?
   b) Placer C sur la figure.

Exercice N°2 :

Soit $\theta\in\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$.$\left(E_\theta\right):z^2-\left(1+2ie^{i\theta}\right)z-2+ie^{i\theta}-e^{2i\theta}=0$

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\left(E_\theta\right)$. On désignera par z'_θ et z''_θ les solutions de $\left(E_\theta\right)$ avec $\mathrm{Re}(z'_\theta)<\mathrm{Re}(z''_\theta)$.
2. Donner la forme exponentielle de z'_θ.
3. Soit F1 $=\left\{M_\theta\left(z'_\theta\right);\theta\in\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[\right\}$. Déterminer un système d'équations cartésiennes de F1 puis tracer F1 dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.
4. Soit $F_2=\left\{M''_\theta\left(z_1\right)\text{ avec } z_1=2z'_\theta+1-i \text{ et } \theta \text{ varie sur } \left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[\right\}$
   a) Donner une application f telle que $\forall\theta\in\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$ on a $f\left(M_\theta\right)=M''_\theta$
   b) Déduire alors F_2 puis le tracer dans le même repère.

Exercice N°3 : ©

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ (unité graphique : 4 cm)

On donne les points A et B d'affixes respectives 1 et $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Pour chaque point M du plan, d'affixe z, on désigne par M_1, d'affixe z_1, l'image de M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$, puis par M', d'affixe z', l'image de M_1 par la translation de vecteur $(-\vec{u})$

On note T la transformation qui, à chaque point M, associe le point M'.

1) a) Démontrer que $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z-1$